

Sayılar Teorisi Bütünlük Soruları

09.02.2024

1-) $x^3 + x + 48 \equiv 0 \pmod{125}$ kongruansının çözümlerini bulunuz.

2-) $x^{21} \equiv 23 \pmod{41}$ kongruansını modulo 41 primitif kök $d=6$ yardımıyla çözümlerini bulunuz.

3-) a) $\left(\frac{1101}{73}\right) = ?$

b) $\alpha = (-3, 4, 2, 3)$ olan rasyonel sayıyı bulunuz.

4) a) $312x + 51y = 9$ Diophant denkleminin genel çözümlerini bulunuz.

b) $\frac{120^{90}}{23}$ sayısına en küçük kongruant pozitif tam sayı eklenirse sayı tam sayı olur

5- a) $\sqrt{6}$ sayısını sürekli kesre yazınız.

b) p ve q farklı asbiller olmak üzere

$n = p^\alpha q^\beta$, $(\alpha \neq \beta)$, $\alpha, \beta > 1$ olsun. n^2 sayısının pozitif bölenleri sayısı 77 ise n^4 sayısının pozitif bölenleri sayısını bulunuz.

Basamak Dilemim

Sayılar Teorisi I Dersi Bütünleme

Cevap Anahtarı

$$1-) x^3 + x + 48 \equiv 0 \pmod{125}$$

$$x^3 + x + 48 \equiv 0 \pmod{5}$$

$$b = 1 \quad f(1) = 50, \quad f'(1) = 4$$

$$4k \equiv -\frac{50}{5} \pmod{5} \quad k \equiv 0 \pmod{5}, \quad x = 1 + kp$$

$$x \equiv 1 \pmod{5}$$

$$b' = 1 \quad f(1) = 50 \quad f'(1) = 4$$

$$4k \equiv -\frac{50}{25} \pmod{5} \quad k \equiv 2 \pmod{5}$$

$$x = 1 + 2 \cdot 5^2 = 51 //$$

$$2-) x^{21} \equiv 23 \pmod{241}$$

$$21 \operatorname{ind} x \equiv \operatorname{ind} 23 \pmod{40}$$

$$\operatorname{ind} x = 36 \Rightarrow x = 23 \quad \text{bulunur.}$$

$$3-) a) \left(\frac{1101}{23} \right) = \left(\frac{6}{23} \right) = \left(\frac{2}{23} \right)^+ \left(\frac{3}{23} \right)^+ = 1$$

$$b) \alpha = (-3, 4, 7, 3) = -\frac{86}{31}$$

$$4-) a) 312x + 51y = 9$$

$$312 = 6 \cdot 51 + 6$$

$$3 = 49 \cdot 51 + -8 \cdot 312$$

$$51 = 8 \cdot 6 + 3$$

$$9 = 147 \cdot 51 - 24 \cdot 312$$

$$x = -24 + \frac{51}{3}k$$

$$y = 147 - \frac{312}{3}k$$

$$5-a) \sqrt{6} = [2, \overline{2,4}]$$

b) n^2 nin pozitif bölenleri sayısı 77

$$n^2 = p^{2\alpha} \cdot q^{2\beta} \quad n^4 = p^{4\alpha} \cdot q^{4\beta}$$

$$(2\alpha+1)(2\beta+1) = 77 \quad \begin{array}{l} 2\alpha+1 = 1 \\ 2\beta+1 = 77 \end{array}$$

$$2\alpha+1 = 7$$

$$2\beta+1 = 11$$

$$\alpha = 3 \quad \beta = 5 \quad \text{bulunur.}$$

$$(4\alpha+1)(4\beta+1) = 13 \cdot 21 = 273 \quad \text{elde edilir.}$$